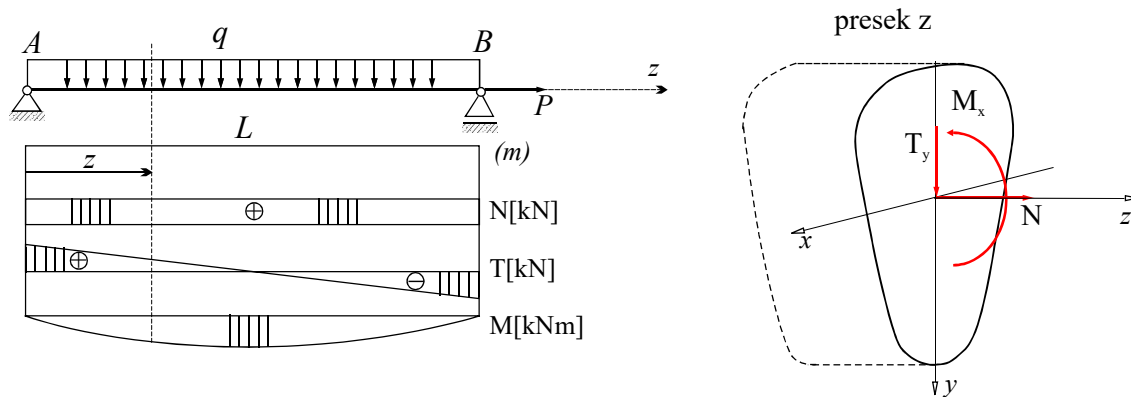


NAPREZANJE AKSIJALNOM SILOM I SAVIJANJEM POPREČNIM OPTEREĆENJEM

Uvod

Pod ovakvim napreznjem podrazumeva se takav vid dejstva spoljašnjeg opterećenja na nosač pri kojem se u poprečnim presecima nosača unutrašnje sile svode na aksijalnu silu, jedan moment savijanja i jednu poprečnu silu. Moment savijanja i poprečna sila smatra se da deluju u jednoj od glavnih ravni zy ili zx .



Naponi u poprečnom presjeku

U uočenom poprečnom preseku djeluju aksijalna sila N , moment savijanja M_x i transverzalna sila T_y . Normalni naponi u odabranom preseku dobijaju se po principu superpozicije kao zbir napona od aksijalne sile ($\sigma_z^{(N)} = N/A$) i momenta savijanja ($\sigma_z^{(M_x)} = M_x \cdot y/I_x$).

$$\sigma_z = \sigma_z^{(N)} + \sigma_z^{(M_x)} = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y$$

Položaj neutralne ose se dobija kada se vrednost normalnog napona izjednači sa nulom

$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y = 0 \Rightarrow y_n = -\frac{N}{M_x} \frac{I_x}{A}$$

Gornja jednačina definiše pravac paralelan glavnoj x osi gdje je y_n odsečak neutralne ose na y osi. Ekstremni normalni naponi se javljaju u tačkama **D** i **G**.

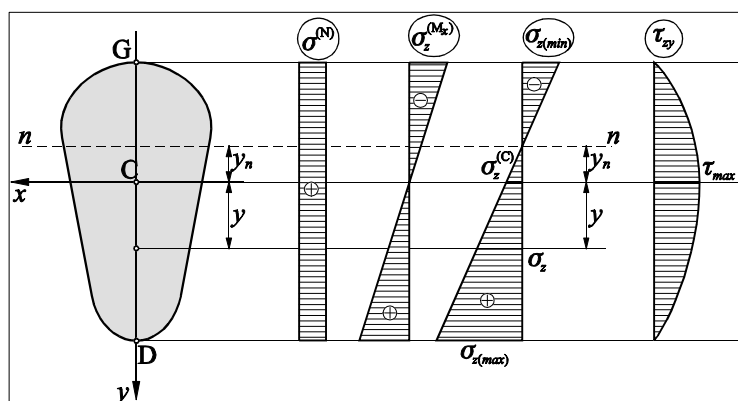
$$\sigma_z^{(D)} = \sigma_{z(\max)} = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y_D$$

$$\sigma_z^{(G)} = \sigma_{z(\min)} = \frac{N}{A} - \frac{M_x}{I_x} y_G$$

Za proračun tangencijalnih napona u poprečnom preseku koristi se obrazac Žuravskog.

$$\tau_{zy} = \frac{T_y \cdot S_x}{b \cdot I_x}$$

Na narednoj slici prikazani su pojedinačni i ukupni dijagram normalnih napona kao i dijagram tangencijalnih napona.



Deformacije grede računaju se na isti način kao za savijanje sa poprečnim opterećenjem.

Istim postupkom bi analizirali slučaj kada umjesto momenta M_x djeluje moment M_y .

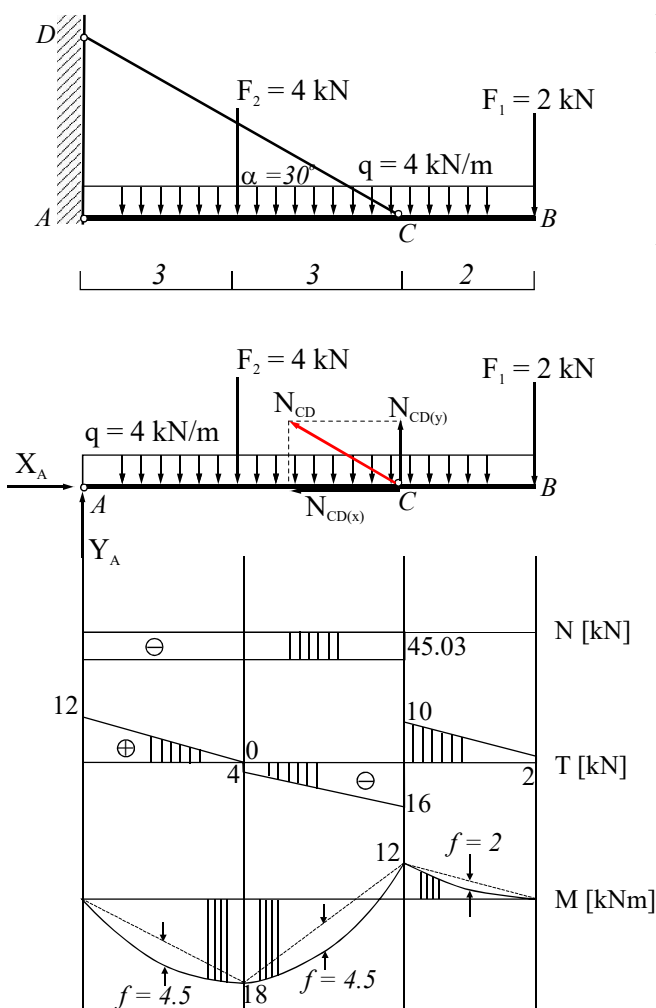
Dimenzionisanje

Dimenzionisanje se vrši iz uslova da ekstremni normalni napon u merodavnom poprečnom preseku ne prekorači odgovarajući dopušteni napon. Dimenzionisanje se ne može izvršiti direktno zbog različitih tipova geometrijskih karakteristika koje figurišu u izrazima za napone. Zbog toga, kao i činjenice da je u većini slučajeva uticaj normalne sile na ukupne napone znatno manji od uticaja momenta savijanja, u prvoj iteraciji dimenzionisanje se može izvršiti približno, uz zanemarenje aksijalne sile. Pri definisanju potrebnih dimenzija usvajaju se nešto veće vrednosti, a zatim vrši ponovna kontrola napona. Pored toga, mjerodavni poprečni presek za dimenzionisanje ne može se uvijek unaprijed lako definisati. To je moguće jedino u slučaju kada se ekstremne vrednosti momenta savijanja i aksijalne sile javljaju u istom poprečnom presjeku. Ukoliko to nije slučaj, onda se mora vršiti kontrola za dva presjeka i to za presjek gdje se pojavljuje ekstremni moment savijanja sa odgovarajućom aksijalnom silom i presjek gdje se pojavljuje ekstremna aksijalna sila sa odgovarajućim

PRIMER

Dimenzionisati konstruktivne elemente nadstrešnice, za zadato opterećenje, koja je prikazana na slici. Nosač **AB** nadstrešnice je čelični I profil a zatega **CD** čelična šipkakvadratnog poprečnog preseka. Dopušteni napon je $\sigma_d = 150 \text{ MPa}$.

Rešenje:



$$N_{CD(x)} = N_{CD} \cos \alpha$$

$$N_{CD(y)} = N_{CD} \sin \alpha$$

$$\sum M^A = 0 \Rightarrow N_{CD} \sin \alpha \cdot 6 - 8q \cdot 4 - F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 3 = 0$$

$$N_{CD} = 52 \text{ kN}$$

$$N_{CD(x)} = N_{CD} \cos \alpha = 45.03 \text{ kN}$$

$$N_{CD(y)} = N_{CD} \sin \alpha = 26 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow N_{CD(y)} - 8q - F_1 - F_2 + Y_A = 0$$

$$Y_A = 12 \text{ kN}$$

$$\sum X = 0 \Rightarrow N_{CD(x)} - X_A = 0$$

$$X_A = 45.03 \text{ kN}$$

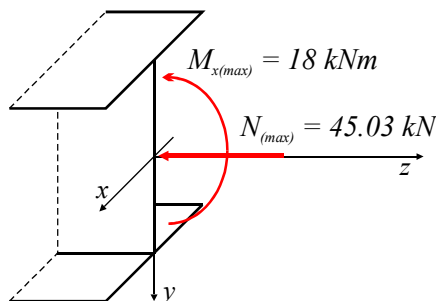
Dimenzionisanje:

a/ I Nosač (AB)

U ovom slučaju, na mestu maksimalnog momenta savijanja javlja se i ekstremna normalna sila.

$$M_{x(max)} = 18 \text{ kNm} \quad N_{(max)} = 45.03 \text{ kN}$$

Merodavan presek



Pri dimenzionisanju mora biti zadovoljen uslov:

$$\sigma_z = \frac{|N|}{A} + \frac{|M_x|}{W_x} \leq \sigma_{z \text{ dop}}$$

Približno određivanje dimenzija vrši se uz zanemarenje dejstva aksijalne sile.

$$(W_x)_{\text{pot}} \geq \frac{|M_{x \text{ max}}|}{\sigma_{z \text{ dop}}} = \frac{18 \cdot 10^2}{15} = 120 \text{ cm}^3$$

Prvi I profil čije karakteristike zadovoljavaju definisani uslov je I18 ($W_x = 161 \text{ cm}^3$, $A = 27.9 \text{ cm}^2$).

$$\sigma_z = \frac{|N|}{A} + \frac{|M_x|}{W_x} = \frac{45.03}{27.9} + \frac{18 \cdot 10^2}{161} = 1.614 + 11.180 = 12.794 < \sigma_{z, dop} = 15 \text{ kN/cm}^2$$

b/ Zatega (CD)

Uslov za dimenzionisanje aksijalno napregnutog elementa:

$$\sigma_z = \frac{|N|}{A} \leq \sigma_{z, dop} \Rightarrow (A)_{pot} \geq \frac{|N|}{\sigma_{z, dop}} = \frac{52}{15} = 3.47 \text{ cm}^2$$

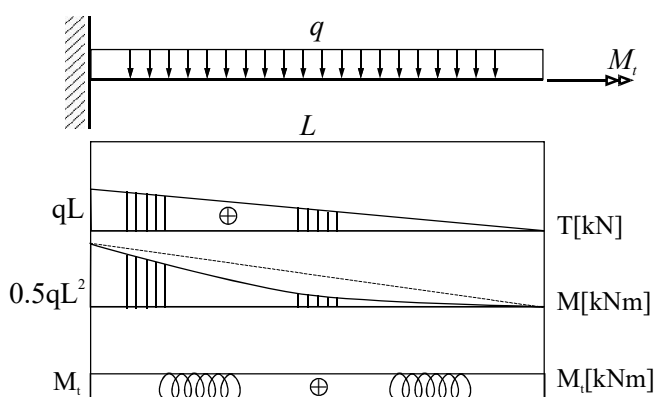
$$A = a^2 \geq 3.47 \Rightarrow a \geq 1.86 \text{ cm (usvaja se } a = 1.9 \text{ cm)}$$

SLOŽENO NAPREZANJE TORZIJOM I SAVIJANJEM POPREČNIM OPTEREĆENJEM

Uvod

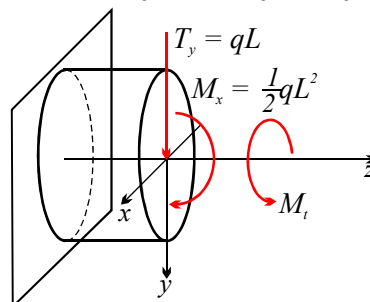
Pod ovakvim naprezanjem podrazumeva se takav vid dejstva spoljašnjeg opterećenja na nosač pri kojem se u poprečnim presecima nosača unutrašnje sile svode na moment torzije, moment savijanja i poprečnu silu. Moment savijanja i poprečna sila smatra se da deluju u jednoj od glavnih ravni.

Naponi u poprečnom preseku



Jednostavnosti radi posmatra se konzola kružnog poprečnog preseka opterećena kao na slici.

Analiziraju se uticaji u uklještenju.



Svi izrazi za komponentalne napone usled postojećih uticaja već su definisani.

Normalni napon usled momenta savijanja M_x :

$$\sigma_z^{(Mx)} = -\frac{M_x}{I_x} y$$

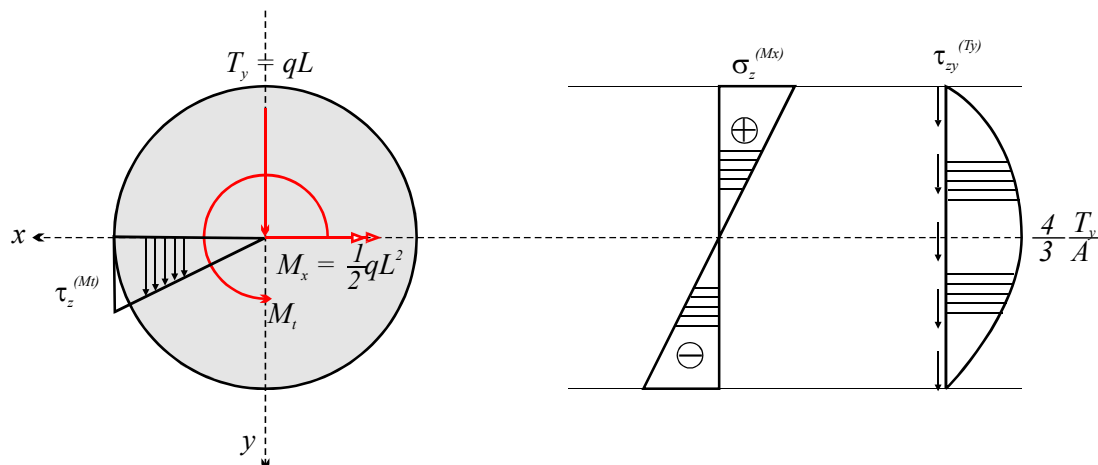
Tangencijalni napon usled poprečne sile T_y :

$$\tau_{zy}^{(Ty)} = \frac{T_y \cdot S_x}{b \cdot I_x}$$

Tangencijalni napon usled momenta torzija M_t :

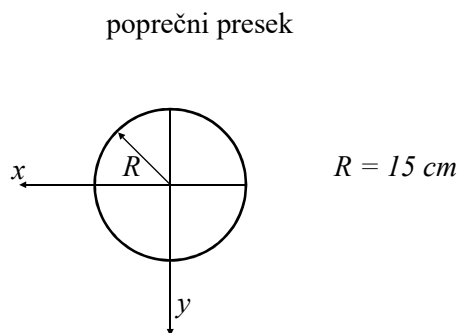
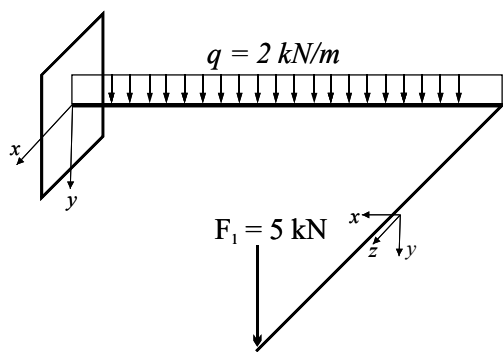
$$\tau_z^{(Mt)} = \frac{M_t \cdot r}{I_t}$$

Dijagrami komponentalnih napona usled navedenih uticaja, za presek u uklještenju, prikazani su na slici.

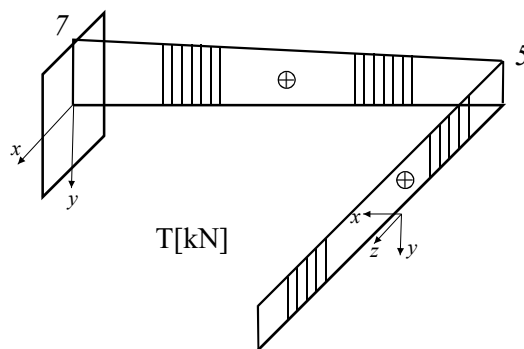
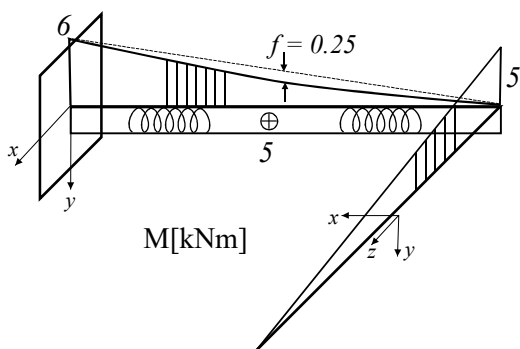


PRIMER

Za konzolni nosač kružnog poprečnog preseka kao na slici, za predek u uklještenju nacrtati dijagrame komponentalnih napona (rasponi su 1 m).



Dijagrami presečnih sila



Geometrijske karakteristike preseka

$$I_x = \frac{R^4 \cdot \pi}{4} = \frac{15^4 \cdot \pi}{4} = 39760.78 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{I_x}{R} = \frac{39760.78}{15} = 2650.72 \text{ cm}^3$$

$$I_t = \frac{R^4 \cdot \pi}{2} = \frac{15^4 \cdot \pi}{2} = 79521.56 \text{ cm}^4$$

$$W_t = \frac{I_t}{R} = \frac{79521.56}{15} = 5301.44 \text{ cm}^3$$

Normalni napon usled momenta savijanja M_x :

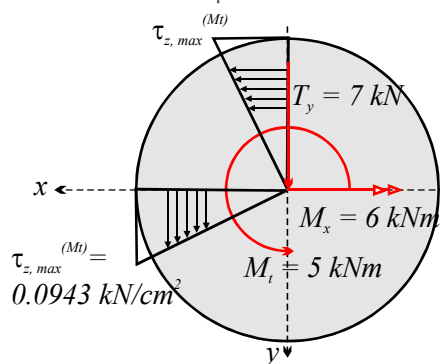
$$\sigma_z^{(M_x)} = \frac{M_x}{I_x} y = \pm \frac{M_x}{W_x} = \pm \frac{6 \cdot 10^2}{2650.72} = \pm 0.226 \text{ kN/cm}^2$$

Tangencijalni napon usled poprečne sile T_y u slučaju kružnog poprečnog preseka:

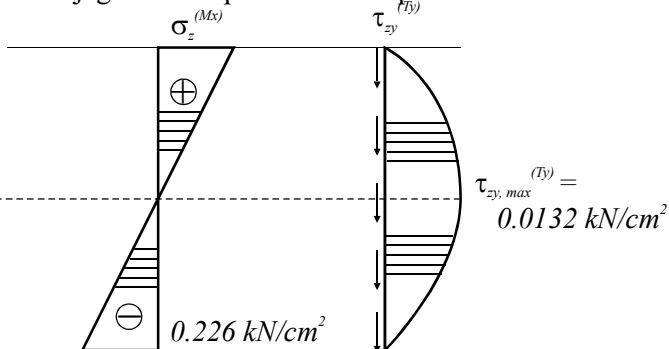
$$\tau_{zy, \max}^{(T_y)} = \frac{4}{3} \frac{T_y}{A} = \frac{4}{3} \frac{7}{15^2 \cdot \pi} = 0.0132 \text{ kN/cm}^2$$

Tangencijalni napon usled momenta torzija M_t :

$$\tau_{z, \max}^{(M_t)} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{5 \cdot 10^2}{5301.44} = 0.0943 \text{ kN/cm}^2$$



Dijagrami komponentalnih napona



NAPOMENA - korišćena literatura:

Prof. dr Radenko Pejović, OTPORNOST MATERIJALA, Građevinski fakultet, 2015, Podgorica

Prof. dr Vlatko Brčić, OTPORNOST MATERIJALA, Građevinska knjiga, 1989, Beograd